

永久磁石同期モータのセンサレス制御における 巻線抵抗変動の影響と同定による性能改善

正員 小原 正樹 (竹中製作所) 正員 野口 季彦 (静岡大学)

Effect of Winding Resistance Variation for Sensorless Control of Permanent Magnet Synchronous Motor and Improvement of Its Performance Using Winding Resistance Identification

Masaki Ohara, Member, (Takenaka Seisakusho), Toshihiko Noguchi, Member, (Shizuoka University)

This paper proposes a new method of winding resistance identification under sensorless control of a permanent magnet motor (PMSM) based on a model reference adaptive system. Recently sensorless control technology is mainly used in the home electronics field. The method as well as almost all the conventional methods incorporates a mathematical model of the motor into a controller. Therefore, the important point to control PMSMs with high accuracy is to estimate correct motor parameters. First, this paper derives the relationship between an estimated position and the deviation of a winding resistance in a steady state. Next, it presents a method of winding resistance identification under sensorless control. Finally, some experimental results show performance and effectiveness of the proposed method.

キーワード：モデル規範適応システム，永久磁石同期モータ，磁極位置センサレス制御，巻線抵抗同定

Keywords : model reference adaptive system, permanent magnet motor, rotor position sensorless control, winding resistance identification

1. まえがき

永久磁石同期モータ（以下PMSM）の磁極位置センサレス制御は家電分野を中心に実用化され必要不可欠な技術となっており、今までに様々な方式が提案されている。しかしながら、これらほとんどの方式はモータの数学モデルを基本として実現しているため、モデルで使用する各種パラメータ（巻線抵抗，同期インダクタンス，誘起電圧定数）の精度が重要であり、これらに含まれる誤差の有無がセンサレス制御の性能に直接関係する。このため、運転前や運転中でのパラメータを測定する方法が数多く提案されている。

筆者らも、巻線抵抗を未知パラメータとし、同期インダクタンス，逆起電圧定数などのパラメータは既知としたモデル規範適応システム（以下MRAS）を構築し、磁極位置センサレス制御を行いながら同時に巻線抵抗を同定する手法を提案し、実機実験にてその性能と方式の有効性を明らかにしている⁽¹⁾。本論文では、まず、MRASに基づくPMSMの磁極位置センサレス制御において、巻線抵抗変動が発生した場合の磁極位置推定誤差への影響とその安定性を解析する。さらに、センサレス制御下での巻線抵抗同定により、抵抗変動の影響が除去され磁極位置推定誤差を低減、すなわちセンサレス制御性能を改善できることを示す。最後に、実験を通じて、これらの妥当性を明らかにする。

2. 巻線抵抗変動時の誤差方程式

MRASを用いたPMSMの磁極位置センサレス制御において、巻線抵抗が変動したときの誤差方程式を求める。

〈2・1〉 γ - δ 回転軸での状態方程式 PMSMの d - q 回転座標における電圧電流方程式で、各軸の電圧と電流の関係が一次遅れとなる理想モデルを規範モデルとし、巻線抵抗を R_m 、同期インダクタンスを L_m とおくと(1)となる。

$$\dot{\hat{x}} = A_m \hat{x} + B_m r \quad (1)$$

ここで、 $\hat{x} = [\hat{i}_d \ \hat{i}_q]^T$: モデル電流、

$r = [v_\gamma^* \ v_\delta^*]^T$: 電圧指令

$$A_m = \begin{bmatrix} -R_m/L_m & 0 \\ 0 & -R_m/L_m \end{bmatrix} \quad B_m = \begin{bmatrix} 1/L_m & 0 \\ 0 & 1/L_m \end{bmatrix}$$

γ - δ 推定回転座標における状態方程式で、抵抗値がモデル値 R_m とずれて R となり同期インダクタンスと誘起電圧定数が変化せずにそれぞれのモデル値 L_m 、 ϕ_m と同一の場合を求めると(2)となる。

$$\dot{x} = A_R x - \hat{\omega} J x + B_m u - B_m e_{\gamma\delta m} \quad (2a)$$

$$y = Cx \quad (2b)$$

ここで、 $x = y = [i_\gamma \ i_\delta]^T$ 、 $u = [v_\gamma \ v_\delta]^T$ 、

$e_{\gamma\delta m} = [e_{\gamma m} \ e_{\delta m}]^T$: 永久磁石による誘起電圧、

$e_{\gamma m} = -\omega \phi_m \sin(\theta - \hat{\theta})$ 、 $e_{\delta m} = \omega \phi_m \cos(\theta - \hat{\theta})$

v_γ 、 v_δ 、 i_γ 、 i_δ : 推定座標上の電圧、電流、 ω : 回転速度真値、 $\hat{\omega}$: 回転速度推定値、 θ : 磁極位置真値、 $\hat{\theta}$: 磁極位置推定値、 ϕ_m : 回転子磁束、 R : 巻線抵抗、 L_m : 同期インダクタンス

$$A_R = \begin{bmatrix} -R/L_m & 0 \\ 0 & -R/L_m \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

〈2・2〉誤差方程式 規範モデルと実際値との電流誤差 $\varepsilon_\gamma, \varepsilon_\delta$ を以下に定義する。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_\gamma \quad \varepsilon_\delta]^T, \quad \varepsilon_\gamma = \hat{i}_d - i_\gamma, \quad \varepsilon_\delta = \hat{i}_q - i_\delta \quad (3)$$

(1)と(2) から同期インダクタンス、逆起電圧定数などのパラメータは既知とし、巻線抵抗と回転速度のみを未知パラメータとする誤差方程式を求め、(1)と(2a)の誤差は、

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \mathbf{A}_m \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{B}_m \mathbf{r} + (\mathbf{A}_m - \mathbf{A}_R) \mathbf{x} - \mathbf{B}_m \mathbf{u} + \hat{\omega} \mathbf{J} \mathbf{x} + \mathbf{B}_m \mathbf{e}_{\gamma\delta m} \\ &= \mathbf{A}_m \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{B}_m (-\mathbf{u} + \mathbf{r} + \mathbf{B}_m^{-1} (\mathbf{A}_m - \mathbf{A}_R) \mathbf{x} + \hat{\omega} \mathbf{B}_m^{-1} \mathbf{J} \mathbf{x} + \mathbf{e}_{\gamma\delta m}) \end{aligned} \quad (4)$$

となる。巻線抵抗が変動しないときの PMSM に加える制御則（電圧入力）は⁽²⁾

$$\mathbf{u} = \mathbf{r} + \hat{\omega} \mathbf{B}_m^{-1} \mathbf{J} \mathbf{x} + \hat{\mathbf{e}}_{dqm} \quad (5)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{e}}_{dqm} = [0 \quad \hat{\omega} \phi_m]^T$ ：永久磁石による推定誘起電圧であるので、(5)を(4)に代入すると、誤差方程式として誘起電圧と推定誘起電圧を含んだ(6)を求めることができる。

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{A}_m \boldsymbol{\varepsilon} + (\mathbf{A}_m - \mathbf{A}_R) \mathbf{x} - \mathbf{B}_m (\hat{\mathbf{e}}_{dqm} - \mathbf{e}_{\gamma\delta m}) \quad (6)$$

推定座標の誘起電圧 $\mathbf{e}_{\gamma\delta m} = [e_{\gamma m} \quad e_{\delta m}]^T$ をそれぞれ以下のように近似できるので

$$e_{\gamma m} = -\omega \phi_m \sin(\theta - \hat{\theta}) \cong -\omega \phi_m (\theta - \hat{\theta}) \quad (7)$$

$$e_{\delta m} = \omega \phi_m \cos(\theta - \hat{\theta}) \cong \omega \phi_m \quad (8)$$

(7)と(8), $\hat{\mathbf{e}}_{dqm} = [0 \quad \hat{\omega} \phi_m]^T$ を(6)に代入し変形すると、

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{A}_m \boldsymbol{\varepsilon} + (\mathbf{A}_m - \mathbf{A}_R) \mathbf{x} - \mathbf{B}_m \phi_m (\theta - \hat{\theta}) \omega \begin{bmatrix} \text{sgn} \omega \\ -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで、 $\text{sgn} \omega$ ：回転速度の極性となる。また、MRAS を安定にする回転速度推定値 $\hat{\omega}$ と磁極位置推定値 $\hat{\theta}$ の推定アルゴリズムはそれぞれ(10), (11)で表される⁽²⁾。

$$\dot{\hat{\omega}} = r_1 (\varepsilon_\delta - \varepsilon_\gamma \text{sgn} \hat{\omega}) + r_2 \int (\varepsilon_\delta - \varepsilon_\gamma \text{sgn} \hat{\omega}) dt \quad (10)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \int \hat{\omega} dt \quad (11)$$

ここで、 r_1 ：比例ゲイン、 r_2 ：積分ゲイン

3. 巻線抵抗変動に対する磁極位置の影響

PMSM の巻線抵抗が変動した場合において、MRAS の安定性と磁極位置推定誤差への影響を求め、

〈3・1〉巻線抵抗変動時の安定性 巻線抵抗が変動した場合、最初に MRAS が安定かどうかを調べる必要がある。抵抗変動時の誤差方程式(9)と推定アルゴリズム(10), (11)において、速度 ω を一定としてラプラス変換を行い、さらに $\text{sgn} \hat{\omega} = \text{sgn} \omega$ の関係を考慮して式を整理すると、抵抗偏差に対する磁極位置推定誤差は(12)となる。

$$\theta - \hat{\theta} = \frac{(r_2 + r_1 s) \frac{1}{L_m} (I_\gamma \text{sgn} \omega - I_\delta)}{s^3 + \frac{R_m}{L_m} s^2 + \frac{2\phi_m}{L_m} |\omega| r_1 s + \frac{2\phi_m}{L_m} |\omega| r_2} (R_m - R) \quad (12)$$

(12)の特性方程式に対してフルビッツ安定判別法を適用すると、安定条件は、

$$\frac{r_1}{r_2} = T_i > \frac{L_m}{R_m} \quad (13)$$

と求まる。(13)において、 T_i は推定アルゴリズムの比例積分要素での積分時間を表し、これを PMSM の巻線時定数よ

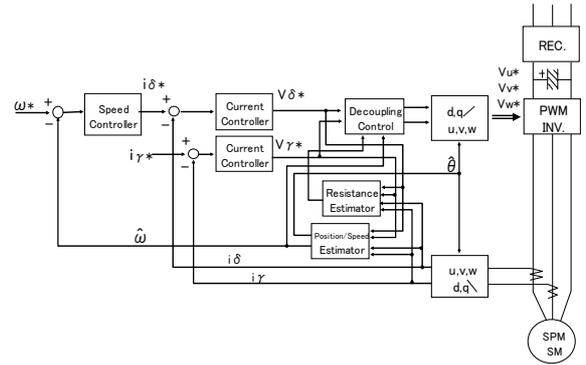


図1 巻線抵抗同定付きセンサレス制御システムの構成
Fig. 1. Configuration of rotor position sensorless control system with winding resistance identification.

り大きく設定すれば巻線抵抗が変動しても MRAS は安定であることを示している。

〈3・2〉磁極位置推定誤差の定常解 巻線抵抗が変動しても MRAS の安定性は保証されるため、磁極位置推定値に誤差をもちながらも回転速度は指令値に一致して安定に制御できる。このときの条件は、

① 回転速度一定であるため、 $\dot{\hat{\omega}} = 0$ で $\varepsilon_\gamma \text{sgn} \hat{\omega} - \varepsilon_\delta = 0$

② 磁極位置の偏差 $\theta - \hat{\theta} =$ 一定であるため、

$$\dot{\theta} - \dot{\hat{\theta}} = \omega - \hat{\omega} = 0$$

③ 電流は $i_\gamma = I_{C\gamma}$, $i_\delta = I_{C\delta}$ で制御

④ 規範モデル値と実際値との偏差の変化は $\dot{\varepsilon}_\gamma = 0$, $\dot{\varepsilon}_\delta = 0$ と考えてもよいので、(6)と上記の条件①~④より抵抗偏差と磁極位置推定誤差の定常解は、

正転時 ($\text{sgn} \hat{\omega} = 1$)

$$\theta - \hat{\theta} = -\frac{\pi}{4} + \sin^{-1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{(R - R_m)(I_{C\gamma} - I_{C\delta})}{\sqrt{2}\omega\phi_m} \right\} \quad (14)$$

逆転時 ($\text{sgn} \hat{\omega} = -1$)

$$\theta - \hat{\theta} = \frac{\pi}{4} + \sin^{-1} \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{(R - R_m)(I_{C\gamma} + I_{C\delta})}{\sqrt{2}\omega\phi_m} \right\} \quad (15)$$

のように求まる。

4. 巻線抵抗の同定

図1に巻線抵抗同定機構をもつ磁極位置センサレス制御システムの構成を示す。

〈4・1〉誤差方程式 巻線抵抗変動時の(4)から、巻線抵抗同定時の PMSM に加える制御則（電圧入力）を求めることにより誤差方程式を導く。まず、

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_m^{-1} (\mathbf{A}_m - \mathbf{A}_R) &= (R - R_m) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \Delta R \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 $\Delta R = R - R_m$ であるため、(4)において時間 $t \rightarrow \infty$ で $\boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow 0$ とするような制御入力 \mathbf{u} は、干渉項をも補償した(17)となる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{r} + \Delta R \mathbf{x} + \hat{\omega} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{J} \mathbf{x} + \mathbf{e}_{\gamma\delta m} \quad (17)$$

しかし、実際には ΔR , $\mathbf{e}_{\gamma\delta m}$ は未知なので、(17)は実現できない。このため、確定的等価原理 (CE原理) によりそれぞれ

の推定値 $\Delta \hat{R}$, \hat{e}_{dqm} を使用して

$$\mathbf{u} = \mathbf{r} + \Delta \hat{R} \mathbf{x} + \hat{\omega} \mathbf{B}_m^{-1} \mathbf{J} \mathbf{x} + \hat{e}_{dqm} \quad (18)$$

ここで, $\hat{e}_{dqm} = [0 \ \hat{\omega} \ \phi_m]^T$: 永久磁石での誘起電圧推定値とおく⁽³⁾。(4)に(16), (18)を代入すると(19)となる。

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_m \mathbf{e} + \mathbf{B}_m (\Delta R - \Delta \hat{R}) \mathbf{x} + \mathbf{B}_m (e_{\gamma\delta m} - \hat{e}_{dqm}) \quad (19)$$

〈4・2〉安定性と同定則 MRASによる磁極位置センサレス制御は磁極位置を同定することにより実現している。今回の巻線抵抗同定付き磁極位置センサレス制御では、磁極位置を同定しながら同時に巻線抵抗を同定する必要がある。これは(19)の誤差方程式が安定になる、すなわち \mathbf{A}_m が漸近安定行列であるので第 2 項, 第 3 項が零になるように磁極位置と抵抗の同定則を求めればよい。MRASは非線形フィードバックであるので、ポポフの超安定論に基づいて(19)が安定になる同定則をもとめる⁽⁴⁾。(19)において

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}_m (\Delta R - \Delta \hat{R}) \mathbf{x} + \mathbf{B}_m (e_{\gamma\delta m} - \hat{e}_{dqm}) \quad (20)$$

とおくと,

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_m \mathbf{e} + \mathbf{u} \quad (21)$$

となる。(21)を入力 \mathbf{u} , 出力 \mathbf{e} の伝達関数 $G(s)$ とすると, 行列 \mathbf{A}_m が漸近安定行列であるため, $G(s)$ は強正実となり, ポポフの第 1 条件を満たす。さらに図 2 の非線形フィードバック系が安定であるためには, 第 2 の条件であるポポフの積分不等式(22)を満足する必要がある。

$$\int_{t_0}^{t_1} \mathbf{w}^T \mathbf{e} dt \geq -\gamma_0^2 \quad (22)$$

図 2 より $\mathbf{w} = -\mathbf{u}$ であるので(20)より

$$\mathbf{w} = \mathbf{B}_m (\Delta \hat{R} - \Delta R) \mathbf{x} + \mathbf{B}_m (\hat{e}_{dqm} - e_{\gamma\delta m}) \quad (23)$$

となり, (23)を(22)に代入すると

$$\int_{t_0}^{t_1} (\mathbf{B}_m (\Delta \hat{R} - \Delta R) \mathbf{x} + \mathbf{B}_m (\hat{e}_{dqm} - e_{\gamma\delta m}))^T \mathbf{e} dt \geq -\gamma_0^2 \quad (24)$$

となる。(24)の左辺第 2 項は, 既に提案しているMRASに基づく PMSM の磁極位置センサレス制御法での適応則を用いることにより⁽²⁾, また, (24)の左辺第 1 項は

$$\Delta \hat{R} - \Delta R = \int \gamma_3 \mathbf{x}^T \mathbf{e} dt \quad (25)$$

とおくと

$$\int_{t_0}^{t_1} (\mathbf{B}_m (\Delta \hat{R} - \Delta R) \mathbf{x})^T \mathbf{e} dt = \frac{r_3}{L_m} \int_{t_0}^{t_1} (\int \mathbf{x}^T \mathbf{e} dt) \mathbf{x}^T \mathbf{e} dt \geq -\gamma_4^2 \quad (26)$$

となり, ポポフの積分不等式(24)は満足される。この結果, 巻線抵抗同定付き磁極位置センサレス制御は漸近安定となり, 誤差 \mathbf{e} は 0 に収束する。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0 \quad (27)$$

ΔR を一定と仮定すると, (25)より推定アルゴリズムは

$$\Delta \dot{\hat{R}} = \gamma_3 \mathbf{x}^T \mathbf{e} \quad (28)$$

となる。ここで, r_3 は積分ゲインを示す。

5. 実験システムと実験結果

PMSM の巻線抵抗変動に対する磁極位置推定誤差の定常解の妥当性と, 抵抗同定付きセンサレス制御特性評価のため実験を行った。実験に使用したモータのパラメータを表 1 に示す。定常特性実験として巻線抵抗を変動させ

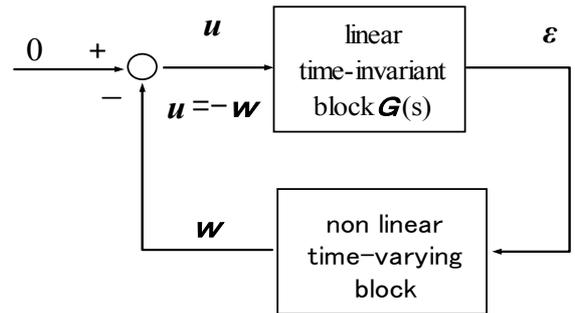


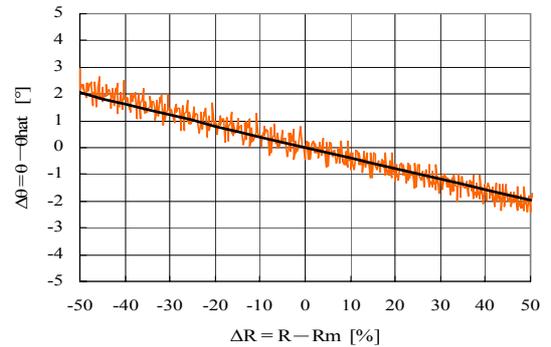
図 2 非線形フィードバック系
Fig. 2. Nonlinear feedback system.

表 1 供試電動機パラメータ

Table 1. Parameters of test motor.

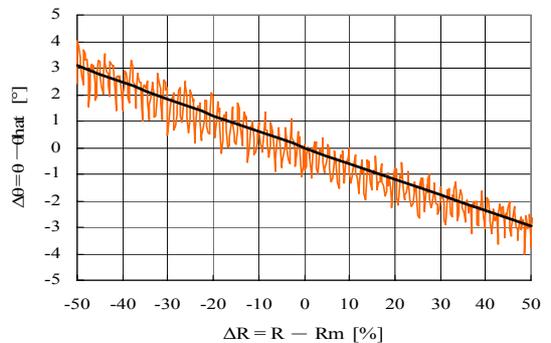
Number of poles	8
Rated power	2 0 0 W
Rated current	1. 5 A
Rated speed	3 0 0 0 r/min
winding resistance	2. 0 Ω
winding inductance	1 3 mH
Back E.M.F constant	3 0 mV/r/min

R Sensitivity(1500 r/min, Iq = 100 %)



(a) Test condition 1.

R Sensitivity(500 r/min, Iq = 50 %)



(b) Test condition 2.

図 3. 巻線抵抗変動に対する磁極位置推定誤差

Fig. 3 Estimation error of rotor position to winding resistance variation.

たときの磁極位置推定誤差を測定し、過度特性実験として巻線抵抗をステップ的に変動させたときの抵抗同定と磁極位置推定誤差の特性を測定した。

〈5・1〉巻線抵抗変動時の磁極位置推定誤差 実験は、条件 1 (回転速度 1500 r/min, トルク電流 100%), 条件 2 (回転速度 500 r/min, トルク電流 50%) の下で行った。規範モデルの巻線抵抗 R_m を、徐々に正から負に変動させたときの磁極位置推定誤差の挙動を測定した。実験値と定常解(14)から求めた理論値とを比較した結果を図 3 に示す。実験値(振動波形)も理論値(曲線)にはほぼ一致しており、解析の正しさを示している。

〈5・2〉巻線抵抗同定 巻線抵抗の増減を模擬するため、モータ巻線に抵抗 ($0.47\ \Omega$) とスイッチを並列にした回路を追加した。実験は定常特性実験と同一の条件で行った。PMSM を一定速度まで加速した後にスイッチを開いて抵抗をステップ的に増加させ、抵抗同定の有無による抵抗値の推定状態と磁極位置推定誤差の変化を測定した。図 4, 図 5 はそれぞれ巻線抵抗同定ありとなしの場合の磁極位置推定誤差の挙動を示したものである。図 4 から明らかなように、抵抗値が変動しても推定値がモータの抵抗値 ($2.0\ \Omega$) から外部抵抗が加算された抵抗値 ($2.47\ \Omega$) に収束し、磁極位置推定誤差は過渡的に条件 1 では約 1.4° , 条件 2 では約 1.7° 程度に変動するものの零にもどっている。同定がない場合の推定誤差は, 図 5 から条件 1 では約 8° , 条件 2 では約 1.4° 程度発生しており, これらの値は図 3 での抵抗値変動の割合 (+23.5%) からほぼ同一の値が読み取れる。また, いずれの場合も回転速度には変化がなく安定に制御されていることがわかる。

以上の実験結果から, 既に提案している MRAS に基づく磁極位置センサレス制御は, 巻線抵抗が変動すると磁極位置推定値に誤差を発生するが安定であり, しかも, 巻線抵抗同定の付加によりセンサレス制御性能を改善できることがわかった。

6. まとめ

本論文では, MRAS に基づく PMSM のセンサレス制御において, 温度などで巻線抵抗が変動した場合の磁極位置推定誤差への影響と安定性の解析を行い, その推定誤差が巻線抵抗の同定によって改善されることを実験により明らかにした。

今後は, 他のパラメータの同定, 内部永久磁石同期モータ (IPMSM) への適用について検討する。

文 献

- (1) 小原, 野口「巻線抵抗同定による永久磁石同期モータのセンサレス制御性能の向上」平成 23 年電気学会全国大会 No. 4-095 (2011)
- (2) 小原, 野口「MRAS による永久磁石同期モータのセンサレス制御性能の実験検証」平成 22 年電気学会産業応用部門大会 No. I-71 (2010)
- (3) K.J. Astrom, B. Wittenmark「Adaptive Control」Second Edition, Addison Wesley (1995)
- (4) I.D.Landau and M.Tomizuka「適応制御システムの理論と実際」オーム社 (1981)

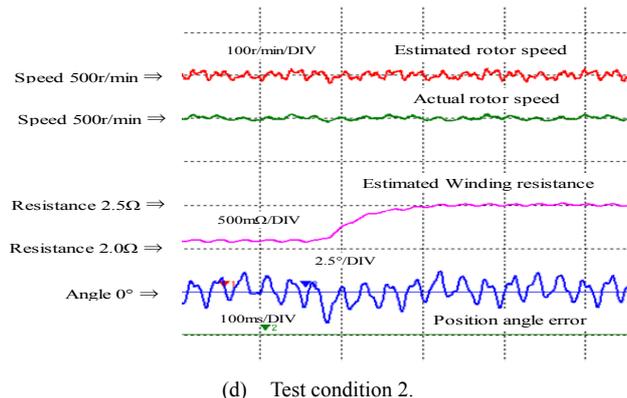
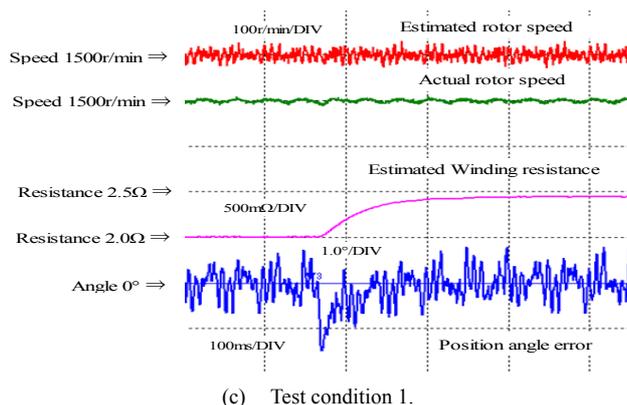


図 4. 巻線抵抗同定ありの磁極位置推定誤差
Fig. 4. Estimation error of rotor position under winding resistance identification.

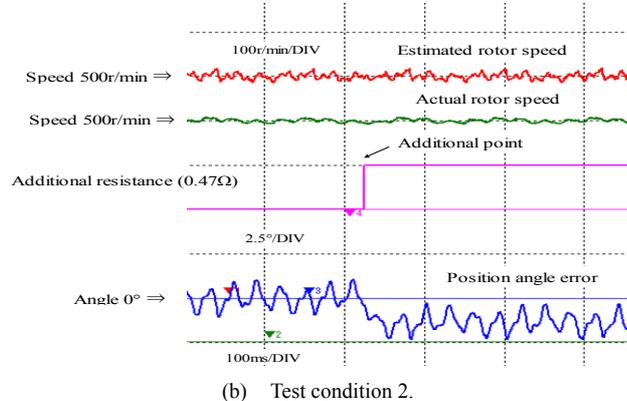
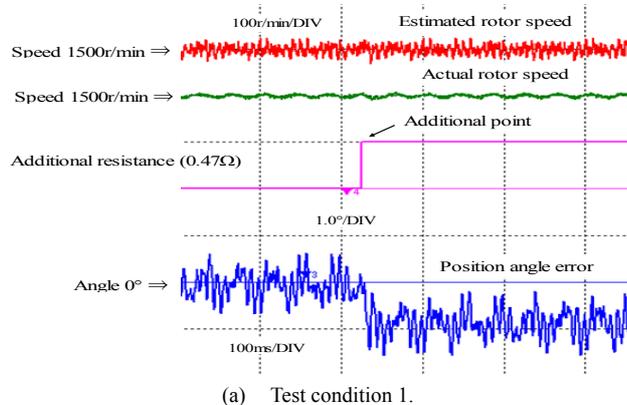


図 5. 巻線抵抗同定なしの磁極位置推定誤差
Fig. 5. Estimation error of rotor position under no winding resistance identification.