# 磁気飽和と鉄損特性の数学モデルに基づく 同期リラクタンスモータの最大効率運転法

<sub>学生員</sub> 日吉 良太<sup>\*</sup> 正 員 野口 季彦(静岡大学)

# Maximum Efficiency Operation of Synchronous Reluctance Motor Using Mathematical Models of Magnetic Saturation and Iron-Core Loss Characteristics

Ryota Hiyoshi<sup>\*</sup>, Toshihiko Noguchi (Shizuoka University)

This paper describes a maximum efficiency control method of a synchronous reluctance motor taking magnetic saturation and iron-core loss into account. The method is based on simple mathematical models of the d-axis inductance, the q-axis inductance and the equivalent iron-core loss resistance obtained by FEM analyses.

As a result, it was confirmed through experimental tests that the efficiency was improved with the proposed technique. In addition, propriety of the maximum efficiency condition was experimentally proven by a comparison between theoretical and experimental efficiency characteristics.

キーワード:同期リラクタンスモータ、インダクタンス、磁気飽和、鉄損、最大効率

(Keywords: Synchronous reluctance motor, inductance, magnetic saturation, iron-core, maximum efficiency)

#### 1. はじめに

従来は回転子に永久磁石を有する回転機が主に AC サー ボモータとして使用されてきたが、最近ではコスト低減と 信頼性向上のため同期リラクタンスモータ (SynRM) も工 作機械等に使われるようになってきている。SynRM は界磁 制御を行うことができ, 高速運転時の鉄損も少ないことか ら,フライホイールエネルギー貯蔵システムのモータ/ジ ェネレータとしても有望である。また、レアアース材料の 価格高騰や資源確保の問題から磁石を使用しないレアアー スフリーモータとしても期待される。SynRM は負荷に応じ て励磁電流を制御することにより、最大効率運転や単位モ ータ電流あたりの最大トルク運転を実現することができる <sup>(1)(2)</sup>。筆者らはこれまで SynRM の特性検討に電磁界解析を 用いておらず、磁気飽和特性しか考慮してこなかった。そ こで、本稿では電磁界解析により得られた SynRM の特性に 基づき、磁気飽和および鉄損特性を考慮した最大効率運転 条件を数学モデルから導出し,理論的に検討するとともに, 提案した手法の有効性を実機により検証した。さらに理論 特性と実機による測定結果の比較を行ったので報告する。

# 2. SynRMの磁気飽和特性と等価鉄損抵抗特性

図1に鉄損を考慮した SynRM のd軸およびq軸等価回路 を示す。図中の $R_a$ は固定子巻線抵抗, $R_c$ は等価鉄損抵抗で ある。突極性をもつ SynRM はd軸インダクタンス  $L_d \ge q$ 軸インダクタンス  $L_q$ の差によってトルクを発生するため, 磁気飽和によるインダクタンスの変動は運転特性に重大な 影響を及ぼす。これらのインダクタンスをd軸電流 $i_a$ , q軸 電流 $i_q$ の自然対数を用いて(1)のように定式化する。ここで, 電流に対する磁気飽和の度合いを示す値 $k_d$ ,  $k_q$ を磁気飽和 係数と呼ぶこととし,磁気飽和モデルを簡単化するために 両軸間の磁気飽和相互干渉 (Cross Saturation) は無視できる



図 1 等価鉄損抵抗を考慮した SynRM の等価回路 Fig. 1. Equivalent circuits incorporating equivalent iron-core loss resistance.

ほど小さいと仮定する。実際,後述の電磁界解析結果が示 すとおり,本稿で制御対象とする供試モータは磁気飽和相 互干渉を低減した設計が施されている。また,等価鉄損抵 抗は運転角周波数 *ω* と *d* 軸電流 *i<sub>d</sub>*の自然対数を用いて(2)の ように定式化する。

$$\begin{cases} L_d = L_{d0} + k_{L_d} \ln(i_d) \\ L_q = L_{q0} + k_{L_a} \ln(i_q) \end{cases}$$
(1)

$$R_c = k_\omega \omega + k_{Rc} ln(i_d) + R_{c0}$$
<sup>(2)</sup>

## 3. 最大効率励磁条件と最大トルク励磁条件の導出

図1の等価回路で定常状態における SynRM の電圧電流方 程式は下式により与えられる。

$$\begin{bmatrix} v_d - R_a i_d \\ v_q - R_a i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega L_q \\ \omega L_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$
(3)  
$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \frac{1}{R_c} \begin{bmatrix} v_d - R_a i_d \\ v_q - R_a i_q \end{bmatrix}$$
$$= \frac{R_c}{R_c^2 + \omega L_d L_q} \begin{bmatrix} R_c & \omega L_q \\ -\omega L_d & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$
(4)

上式を扱いやすいように端子側から見た電圧電流方程式 に書き換えると(5)のようになり、これより与えられるトル ク は(6)で表される。

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \frac{R_c^2}{R_c^2 + \omega^2 L_d L_q} \begin{bmatrix} R_a + \omega L_d L_q \frac{R_a + R_c}{R_c^2} & -\omega L_q \\ \omega L_d & R_a + \omega L_d L_q \frac{R_a + R_c}{R_c^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$
(5)

$$T = \frac{\kappa_c}{\left(R_c^2 + \omega^2 L_d L_q\right)^2} (L_d - L_q) (R_c i_d + \omega L_q i_q) (R_c i_q - \omega L_d i_d)$$
(6)

(6)を用いて最大効率運転条件,もしくは最大トルク運転 条件を導出すると,その運転条件は煩雑な数式となるため, トルクを(7)のように近似する。また,効率は(5)より入力電 力,(6)より出力を求めることにより(8)のように導出される。

$$T = \frac{R_c^2}{R_c^2 + \omega^2 L_d L_q} (L_d - L_q) i_d i_q$$
(7)

$$\eta = \frac{\omega(L_d - L_q)l_d l_q}{\left(R_a + \omega^2 L_d L_q \frac{R_a + R_c}{R_c^2}\right)\left(i_d^2 + i_q^2\right) + \omega(L_d - L_q)i_d i_q}$$

(8)

上式の分子は機械出力,分母第一項は銅損と鉄損を含めた電気的な損失,分母第二項は機械出力を示している。(8)において(1)と(2)で表わされたインダクタンスと等価鉄損抵抗を考慮して,効率 $\eta$ を最大化する励磁条件 $\partial \eta/\partial i_d = 0 e i_d$ について解くと(9)が得られる。

$$i_{d} = \pm \frac{\left(L_{d} - L_{q} + k_{L_{d}})(R_{a} + \omega^{2}L_{d}L_{q}\frac{R_{a} + R_{c}}{R_{c}^{2}}) - \omega^{2}L_{q}(L_{d} - L_{q})\left(k_{L_{d}}\frac{R_{a} + R_{c}}{R_{c}^{2}} - k_{Rc}L_{d}\frac{2R_{a} + R_{c}}{R_{c}^{3}}\right)}{(L_{d} - L_{q} - k_{L_{d}})(R_{a} + \omega^{2}L_{d}L_{q}\frac{R_{a} + R_{c}}{R_{c}^{2}}) + \omega^{2}L_{q}(L_{d} - L_{q})\left(k_{L_{d}}\frac{R_{a} + R_{c}}{R_{c}^{2}} - k_{Rc}L_{d}\frac{2R_{a} + R_{c}}{R_{c}^{3}}\right)}$$

(9)は右辺に $i_d$ ,  $i_q$ の関数であるインダクタンスおよび等価 鉄損抵抗を含んでいるため、適当な初期値(例えば $i_d = i_q$ ) を与えて $i_q$ に対する $i_d$ の収束計算を行い、条件を満足するd軸電流を求めなければならない。

なお、従来のように磁気飽和と等価鉄損抵抗を無視、即 ち、d軸およびq軸のインダクタンスの磁気飽和係数がとも に 0 でインダクタンスが変動せず一定であり、等価鉄損抵 抗が回転速度にのみ依存する場合は(10)のように簡単化さ れる。 ( $k_{L_d} = k_{L_q} = k_{Rc} = 0$ の場合に相当する。)

$$i_d = \pm i_q$$
 (10)  
これは d 軸電流と q 軸電流を等しくなるように制御する

これは *d* 軸電流と *q* 軸電流を等しくなるように制御する 従来の最大効率運転法と一致する。

# 4. 最大トルク励磁条件の導出

最大トルク運転条件の導出も最大効率運転条件と同様の 手順で行う。(1)と(2)で表わされたインダクタンスと等価鉄 損抵抗を考慮し,モータ電流のノルム*i*を一定に維持した条 件で求める。(7)のトルク T を最大化する励磁条件,即ち  $\partial T/\partial i_{d} = 0$ を $i_{d}$ について解くと(11)が得られる。

$$i_{d} = \pm \sqrt{\frac{L_{d} - L_{q} + k_{L_{d}} + \omega^{2} L_{d} L_{q} \left\{ \frac{1}{R_{c}^{2}} \left( L_{d} - L_{q} + k_{L_{d}} \frac{L_{q}}{L_{d}} \right) + \frac{2k_{R_{c}}}{R_{c}^{3}} \left( L_{d} - L_{q} \right) \right\}}{L_{d} - L_{q} + k_{L_{q}} + \frac{\omega^{2} L_{d} L_{q}}{R_{c}^{2}} \left( L_{d} - L_{q} + k_{L_{q}} \frac{L_{d}}{L_{q}} \right)}$$
(11)

この場合も(9)と同様に収束計算を行って、 $i_q$ に対する $i_d$ の関係を求めなければならない。なお、従来のように磁気 飽和と等価鉄損抵抗の特性を無視した場合 ( $k_{L_d} = k_{L_q} = k_{Rc} = 0$ )、単位モータ電流あたりの最大 トルク運転条件を求めると、(11)は(10)のように簡単化され る。これより、磁気飽和と等価鉄損抵抗の特性が無視でき る理想的な場合は、単位モータ電流あたりの最大トルク運 転条件と最大効率運転条件は完全に一致する。磁気飽和な どの特性を考慮した場合、励磁条件(9)、(11)は異なるが、後 に示すように収束計算を行った結果はほぼ同じ特性となる。



図 2 SynRM の断面図 (1/4 モデル) Fig. 2. Cross section diagram of SynRM (1/4 model).

表1 供試 SynRM のパラメータ Table 1. Parameters of test SynRM.

Number of poles	4
Number of slots	12
Rated power	100 W
Rated speed	1000 r/min
Rated torque	0.95 Nm
Stator outer diameter	100 mm
Rotor diameter	51 mm
Axial length of iron core	30 mm

表 2 測定された供試 SynRM のパラメータ Table 2. Measured parameters of test SynRM.

Winding resistance	$R_a = 0.173 \ \Omega$
d-axis inductance	$L_d = 7.82 - 1.72 \ln(i_d) \text{ mH}$
q-axis inductance	$L_q = 2.48 - 0.58 \ln(i_q) \text{ mH}$
Iron core loss resistance	$R_c = 0.00534 \omega - 1.34 \ln(i_q) + 6.28 \Omega$

### 5. モータパラメータの算定

#### <5.1>インダクタンスの算定

図 2 と表 1 に検討を行った SynRM の径方向断面図と主要 諸元を示す。電磁界解析によりインダクタンス  $L_d$ ,  $L_q$  を求 め、磁気飽和特性を確認した。ここでは、ベクトル制御さ れた SynRM において,各軸電流に対するインダクタンス  $L_d$ ,  $L_q$  をモータ数学モデルから計算する手法で算定した。この 場合、インダクタンス  $L_d$ ,  $L_q$  を導出可能とするため、等価 鉄損抵抗は十分大きいと仮定し、鉄損を無視した場合のモ ータモデルを用いている。各軸電流  $i_d$ ,  $i_q$  および各軸電圧  $v_d$ ,  $v_q$  から、(12)より  $L_d$ ,  $L_q$  を求めることができる。

$$\begin{cases} L_d = \frac{v_q - R_a i_q}{\omega i_d} \\ L_q = \frac{v_d - R_a i_d}{\omega i_q} \end{cases}$$
(12)

以上の算定結果を図3に示す。低電流領域では鉄損抵抗 の影響が相対的に大きくなり、インダクタンスが過小に算 定されるため、当該領域の測定点は除外している。また、 磁気飽和相互干渉特性も示している。同図より、*d*軸インダ クタンスについては磁気飽和相互干渉の影響が確認できる が、その影響は大変小さい。よって、両軸間の磁気飽和相 互干渉の影響は無視でき、インダクタンスの変動を(1)を用 いて表わすことは妥当であると考えられる。

#### <5.2> 等価鉄損抵抗の算定

等価鉄損抵抗  $R_c$ はインダクタンスと同様に電磁界解析に より算定した。q軸電流は0 とし、d軸電流のみの関数とな るように、鉄損  $P_{core}$ 、電圧 v、電流  $i_d$ より(13)から求める。

$$R_{c} = \frac{(v - R_{a}i_{d})^{2}}{P_{acc}^{2}}$$
(13)

図4にd軸電流を変化させた場合の等価鉄損抵抗 $R_c$ の特性を示す。同図より、モータ回転数の増加とともに等価鉄 損抵抗 $R_c$ が増加するこを確認でき、線形近似できることが わかる。また、等価鉄損抵抗は回転速度のみでなく、電流 に対する依存性も有しており(2)のように定式化できる。

# 6. 数式モデルによる理論特性

# <6.1> 励磁電流

本方式の運転特性を確認するために数学モデルによる理 論特性の検証を行った。表2に示す SynRM のパラメータを 用いて、最大効率励磁条件である(9)、最大トルク励磁条件 である(11)の収束計算を行った結果を図5に示す。従来の最 大効率運転法と比較すると、最大効率励磁条件と最大トル ク励磁条件は大きく異なり、d 軸電流が小さな値となってい ることがわかる。また、提案した最大効率励磁条件と最大 トルク励磁条件はわずかに異なることもわかる。通常、機 械出力の最大化を考えると,最大効率運転と最大トルク運 転は同一であり、励磁条件は一致しなければならない。最 大トルク励磁条件は単位電流あたりのトルクが最大となる 条件であり、電流が最小すなわち銅損を最小化する励磁条 件である。最大効率励磁条件は銅損だけでなく鉄損も最適 化する励磁条件であり,鉄損の存在により最大効率励磁条 件と最大トルク励磁条件は、わずかではあるが異なる結果 になったと考えられる。また、励磁条件の導出過程におい て、(6)を(7)のように近似しており、この近似による影響も 考えられる。





図 4 等価鉄損抵抗特性 Fig. 4. Equivalent iron-core loss resistance characteristics.





図 6 励磁電流に対するトルク曲線群と各励磁条件における トルク

Fig. 6. Magnetizing current and torque characteristic curves and delivered torque corresponding to magnetizing conditions.

#### <6.2> トルク特性

図6に1000 r/minにおいてモータ電流ノルムを一定にした 場合のトルク曲線群と(9),(10),(11)の各励磁条件における 出力トルク特性を示す。最大トルク励磁条件により与えら れる出力トルク特性は、トルク曲線群の最大トルクを与え る頂点に正確に位置していることがわかる。最大効率励磁 条件により与えられる出力トルク特性は、トルク曲線群の 最大トルクを与える点からわずかに外れるが、両者はほぼ 一致する。一方、従来の最大効率励磁条件はトルク曲線群 の最大トルクを与える点から大きく外れており、電流ノル ムが同じ場合で、提案した最大効率励磁条件と最大トルク 励磁条件よりも出力トルクが小さくなる。

#### <6.3> 効率特性

図7に各励磁条件における運転効率特性を示す。比較を 行った励磁条件は, idを一定(id =10 A)とする場合,従来 の最大効率励磁条件である $i_d = i_q$ とする場合,そして提案 法である(9)で与えられる最大効率励磁条件である。いずれ の場合も、 $L_d$ 、 $L_q$ は図 3 の特性、 $R_c$ は図 4 の特性をもって いるものとしている。 $i_d$ を一定 ( $i_d = 10 \text{ A}$ ) とした場合と従 来の最大効率運転法を比較すると,従来の最大効率運転法 の方が, q 軸電流が小さい軽負荷で効率が高くなっているこ とがわかる。しかし、q 軸電流が大きい重負荷では逆に効率 が低くなっている。これは図 5 の励磁電流特性からわかる ように従来の最大効率運転法は q 軸電流が小さいときは提 案した最大効率励磁条件と近い値であるが, q 軸電流が大き くなるほど、提案法の励磁条件と乖離し、むしろ id を一定 とした場合の方が提案法の励磁条件と近い値となるためで ある。従来の最大効率運転法と提案法を比較すると、どの 領域においても提案法の方が高い効率を示していることが わかる。特に、q軸電流が大きくなる重負荷において効率の 改善が顕著である。これは電流が大きくなるとインダクタ スの磁気飽和の影響が大きくなり、インダクタンスの差が 小さくなって出力が小さくなるからである。効率の平均値 を比較すると、提案法を用いることにより、idを一定とした 場合とは 11pt 効率が改善し、従来の最大効率運転法とは 2.9pt 効率が改善することを確認した。



(a) 励磁条件: $i_d = 10A$ (a) Magnetizing condition: $i_d = 10A$  const.







(c) 励磁条件: Eq. (9)
 (c) Magnetizing condition: Eq. (9).
 図 7 励磁条件による効率特性の比較(シミュレーション結果)

Fig. 7. Comparison of efficiency characteristics for three magnetizing conditions (simulation results).



図 8 実験システムの構成 Fig. 8. Experimental setup.



# 7. 最大効率運転の実験検証

#### <7.1>実験システム

本稿で提案した最大効率運転法の有効性を確認するため, 表1,表2に示したパラメータを有する供試機を用いて実験 システムを構築した。図8に示すように,実験システムは マイコン(東芝製TMPM370)を採用し全ディジタルソフト ウェア制御系で構成した。負荷側にはACサーボモータを接 続し,トルクセンサーを介してSynRMを直結した。

図 9 にマイコン内で処理される制御ブロック図を示す。 負荷側の AC サーボモータで速度制御を行い,供試機である SynRM はトルク制御を行う。電流指令値に各励磁条件を与 え,それ以降は通常のベクトル制御を行う。なお,PWM は 三角波比較方式で行い,上下アーム短絡防止時間は 1.5 µs とし,ホールセンサによりモータの位置検出を行う。

#### <7.2>トルク特性

図10は1000 r/min 一定で運転した場合のトルク曲線群で あり、モータ電流ノルムを一定に維持しながら、d軸電流と q 軸電流の組み合わせを変化させて計測した結果である。プ ロットが実験結果を示し、実線は(7)から得られた理論特性 である。実験で得られたトルク曲線群は理論特性の曲線群 を若干潰した形になっているが、全体として良く一致した 結果が得られていることがわかる。

#### <7.3> 効率特性

図 11 に 1000 r/min と 1800 r/min の各励磁条件における運 転効率特性の実験結果を示す。比較を行った励磁条件は理 論特性と同じように, *i*<sub>d</sub>を一定(*i*<sub>d</sub> =10 A)とする場合,従



図11 励磁条件に対する効率特性

Fig. 11. Efficiency characteristics for three magnetizing conditions.

来の最大効率励磁条件である $i_d = i_q$ とする場合,そして提 案法である(9)で与えられる最大効率励磁条件である。 $i_d$ を一 定とした場合と従来の最大効率運転法( $i_d = i_q$ )を比較す ると、従来の最大効率運転法は軽負荷では効率が改善され るが、重負荷では効率が逆に低くなっており、 $i_d$ を一定とし た場合は、重負荷の領域で提案法の最大効率運転の効率値 と近くなっている。提案法と従来法の最大効率運転法を比 較すると、軽負荷では効率の改善はあまり見られないが、 重負荷になるにつれて提案法は従来法を凌駕する。3 通りの 励磁条件の中で提案法がどの領域においても効率が高くな っており,いずれの回転速度においても同様の結果が得ら れた。

図12は回転速度を低速から高速領域まで変化させたときの実験結果である。図12(a)に*i<sub>d</sub>を一定とした場合*,(b)に従来の最大効率励磁条件,(c)に提案する最大効率励磁条件の効率特性を示す。どの回転速度においても同様の結果が得られ,提案法が最も高い効率となっている。図12の実験結果と図7の理論特性を比較すると,軽負荷以外ではどの励磁条件においても同様の効率特性が得られていることがわかる。理論特性は(8)から求めた特性であり,機械損が含まれていないため,軽負荷において効率が高くなっている。実際には軽負荷領域では出力に対して機械損の割合が大きくなるため,実験結果のような特性となる。実験結果では,提案法を用いることにより,*i<sub>d</sub>を一定とした場合に対して*7.3pt 効率が改善し,従来の最大効率運転法に対して 2.7pt 効率が改善することを確認した。

#### 8. まとめ

本稿ではSynRMの磁気飽和特性と鉄損の特性を考慮した 最大効率励磁条件を数理的に導出し,理論的に検証すると ともに実機により従来法と提案法の運転特性を検証した。 磁気飽和と鉄損の特性を考慮することにより,励磁電流は 変化し d 軸電流を従来法と比較して抑制した方が高効率化 できる。2つの従来法と比較して,提案法では負荷や回転速 度によらず運転効率が改善されることを示し,数理的に導 出した励磁条件により大幅な効率改善が可能であることを 確認した。実機では提案法を用いることにより,従来の最 大効率運転法から平均で2.7pt 効率が改善された。また,理 論特性と実験結果においてトルク特性と効率特性でよく一 致した結果が得られ,数学モデルの妥当性も立証できた。

# 文 献

 N. Iiduka, T. Noguchi, "Mathematical Derivation of Excitation Condition to Realize Maximum Efficiency Operation of Synchronous Reluctance Motor and Its Experimental Verification", PE-07-11 • PSE-07-26 • SPC07-51,pp. 25-30 (2007)(in Japanese).

飯塚直毅・野口季彦:「同期リラクタンスモータの最大効率運転を実現 する励磁条件の数理的導出と実験検証」電学電力技術・電力系統技術・ 半導体電力変換研究会, PE-07-11・PSE-07-26・SPC07-51, p.p. 25-30 (2007)

- (2) R. Hiyoshi, T. Noguchi, "Maximum Efficiency Operation and Maximum Torque Operation of Synchronous Reluctance Motor Taking Magnetic Saturation and Iron Core Loss Characteristics into Account", IEEJ Proc. IAS Annual Conference, 3-49 (2013) 日吉良太・野口季彦:「磁気飽和と鉄損の特性を考慮した同期リラクタ ンスモータの最大効率運転と最大トルク運転」電学産業応用部門大会, 3-49 (2013)
- (3) S. Yamamoto, T.Ara, "Determination of Synchronous Reactance of Synchronous Reluctance Motor", 2000 National Convention Record IEE Japan, No.5-018, p.p.1761 (2001) 山本 修・荒 隆裕:「シンクロナスリラクタンスモータの同期リアク
  - タンス測定法」電学全国大会, No.5-0.18, p.p.1761 (2001)
- (4) S. Yamamoto, T.Ara, "Determination of Direct and Quadrature Axes Inductances of Reactance Motors Taking into Account Cross Saturation", IEEJ Trans., Vol.123, No.8, pp.911-917 (2003) 山本 修・荒 隆裕:「軸間の干渉を考慮したリラクタンスモータの直 軸および横軸インダクタンス算出方」電学論 D, Vol.123, No.8, p.p.911-917 (2003)
- (5) M. Nashiki, Y.Inoue, Y. Kawai, T. Yokochi, A. Satake, S. Okuma "Improvements of Power Factor and Torque of a Synchronous Reluctance Motor with a Slit Rotor", IEEJ Trans., Vol.126, No.2, p.p.116-123 (2006) 梨木 政行・井上 芳光・川井 庸市・横地 孝典・佐竹 明喜・大熊 繁: 「スリット回転子を用いたシンクロナスリラクタンスモータの力 率・トルク向上に関する検討」電気学会論文誌 D, Vol.126, No.2, P116-123 (2006)



(a) 励磁条件: $i_d = 10A$ (a) Magnetizing condition: $i_d = 10A$  const.







(c) 励磁条件: Eq. (9)(c) Magnetizing condition: Eq. (9).

図 12 励磁条件による効率特性の比較(実験結果)

Fig. 12. Comparison of efficiency characteristics for three magnetizing conditions (experimental results).